جامعة بنـها

كلية العلوم **الفرقة الرابعة شعبة الحاسب (نظام قديم) . الفصل الدراسي الاول**

العام الجامعي 2013 /2014

الاحصاء والإحتمالات (2) الأحد 12-1-2014

الإجـــــــــــــــــــــــابة

السؤال الأول:

أ– أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل الدالة الآتية دالة كثافة احتمالية:

$$\mathbf{f(x)=\frac{c}{4+x^2},}\quad -\infty<x<\infty$$

ومن ثم أوجد $\mathbf{P(-2\le X\le 2)}$

الحـــــــــل:

دالة كثافة احتمالية لابد من تحقق الشرط لكي تكون f(x)

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,d\,x=1$$

$$\therefore\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,d\,x=\mathbf{c}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{4+x^2}=\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{2}}\mathbf{tan}^{-1}\frac{x}{2}\ \Big|_{-\infty}^{\infty}$$

$$=\frac{\mathbf{c\pi}}{\mathbf{2}}=1\qquad\therefore\ c=\frac{\mathbf{2}}{\pi}$$

وعليه فإن الدالة:

$$\mathbf{f(x)=\frac{2}{\pi(1+x^2)},}-\infty<x<\infty$$

تمثل دالة كثافة احتمالية، ولحساب الاحتمال المطلوب نوجد:

$$\therefore\ \mathbf{P(-2\le X\le 2)=\int_{-2}^{2} f(x)\,d\,x}=\frac{4}{\pi}\int_{\mathbf{0}}^{2}\frac{\mathbf{dx}}{4+x^2}\mathbf{dx}=\frac{\mathbf{2}}{\pi}\mathbf{tan^{-1}\frac{x}{2}}\ \Big|_{\mathbf{0}}^{2}$$

دالة

$$=\frac{\mathbf{2}}{\pi}[\mathbf{tan}^{-1}1-\mathbf{tan}^{-1}0]=\frac{2}{\pi}\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}.$$

ب **-** إحسب الوسط الحسابي و التباين والانحراف المعياري للبيانات التالية:

800 840 860 830 920

الحـــــــــــــــل: انظر الكتاب المقرر.

السؤال الثاني:

أوجد معامل الإرتباط بين x ,y بناء علي الجدول التالي:

3	6	4	5	2	x
80	90	70	100	60	y

الحـــــــــــــــل: انظر الكتاب المقرر.

السؤال الثالث:

ا- أوجد القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي X إذا كانت له دالة الكثافة

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad o.w. \end{cases}$$

الحـــــــــــــــل :

$$\mathbf{E(Y)} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x^3 \, . f(x)\, d\, x}$$
$$= \int_{0}^{1} \mathbf{x^3\, (2\, x)\, d\, x} \;= \mathbf{0.4}$$

ب- إذا ألقيت قطعة نقود4مرات فأوجد احتمال كل مما يأتي:

(i) ظـهور الصـورة مرتين.

(ii ظـهور الصـورة أكثر من مرتين

الحـــــل:

X إذا اعتبرنا أن المتغير يخضع لتوزيع ذي الحدين X هو عدد مرات الصور التي تظهر، فإن

وعليه فإن احتمال ظهور الصورة مرتين يعطى بالصورة: n = 4، $p = \frac{1}{2}$ بالبارامترات

$$\mathbf{P(X=2)} = \binom{\mathbf{4}}{\mathbf{2}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{4-2}} = \mathbf{0.75}$$

(ii): احتمال ظهور الصورة أكثر من مرتين

$$P(3)+P(4)=\binom{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{4-3}+\binom{4}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=\frac{5}{16}$$

السؤال الرابع:

إذا كانت الحوادث $B_1, B_2, \ldots, B_n$ تمثل تجزيئاً لفضاء العينة S وكان A أحد حوادث فضاء العينة S أثبت أن:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i).P(B_i)$$

الحــــــــل:

$$\because\ A = A\cap S = A\cap\left(\bigcup_{i=1}^{n} B_i\right)=\bigcup_{i=1}^{n}(A\cap B_i)\ ,$$

$$\because\ (A\cap B_i)\cap(A\cap B_j)=A\cap(B_i\cap B_j)=A\cap\Phi=\Phi\ \ \forall\ i\neq j$$

أي أن الحوادث $(A\cap B_i)$،$(A\cap B_i)$ كلها حوادث متنافية لكل $i\neq j$.

$$\therefore\ P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(A\cap B_i)$$

وباستخدام قاعدة ضرب الاحتمالات فإن :

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i).P(B_i).$$

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمد

ت/01157673982

كلية العلوم – قسم الرياضيات