نموذج اجابة الخاص بالدكتور مروة ابراهيم غنيمى
امتحان الفصل الدراسى الاول دور يناير ٢٠١٤
قسم الرياضيات المادة: رياضيات ١ (حساب مثلثات و جبر)
الفرقة الثانية تخلف اولى شعبة: بيولوجي

اجب عن الاسئلة الاتية

السؤال الاول:

١- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

الحــل :

١- في حالة $n=1$ نجد أن

الطرف الأيمن $=\frac{1}{6}(2)(3)=1$

الطرف الأيسر $=1^2=1$ أذن الطرفان

متساويان والعلاقة صحيحة عندما $n=1$

٢- نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \qquad (1)$$

٢- أثبت صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1) بإضافة $(k+1)^2$ لكل من طرفيها نجد أن

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=$$

$$=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)+(k+1)^2$$

$$=(k+1)\left(\frac{1}{6}k(2k+1)+(k+1)\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\left(k(2k+1)+6(k+1)\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\left(2k^2+7k+6\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\left(k+2)(2k+3\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2(k+1)+1)$$

وهذا يساوي الطرف الأيمن من العلاقة المطلوب أثبات صحتها عندما نضع $n=k+1$ ، أذن الطرفان متساويان عندما $n=k+1$ وبالتالي تكون العلاقة صحيحة لكل قيم n

٢- أوجد مرافق العدد $z=2+3i$ وأوجد عمليات حاصل ضرب وجمع وطرح وقسمة العدد مع المرافق .

<u>الحــل</u>

مرافق العدد هو $\bar{z}=2-3i$ ويكون

$$z+\overline{z}=4, z-\overline{z}=6i, z\,\bar{z}=(2+3i)(2-3i)=4+9=13, z/\bar{z}=(12i-5)/13$$

٣- أوجد الكسور الجزئية للكسر

$$\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}$$

درجة البسط أقل من درجة المقام ، والمقام عبارة عن حاصل ضرب عوامل أولية وبالتالي نفرض مباشرة صورة الكسور الجزئية :

$$\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}=\frac{A}{(x-1)}+\frac{B}{(x+2)}$$

$$=\frac{A(x+2)+B(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

بضرب الطرفين في المقام $(x-1)(x+2)$ نحصل على

$$2x+3=A(x+2)+B(x-1)$$

وللحصول على الثوابت نستخدم طريقة التعويض ، ونلاحظ أنه بالتعويض عن $x=1$ نحصل على معادلة في A فقط

$$2(1)+3=A(1+2)+B(1-1)\Rightarrow \therefore A=5/3$$

وبالتعويض عن $x=-2$ نحصل على معادلة في B فقط

$$2(-2)+3=A(-2+2)+B(-2-1)\Rightarrow \therefore B=1/3$$

وبالتالي يكون الناتج على الصورة ك

$$\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}=\frac{5}{3(x-1)}+\frac{1}{3(x+2)}$$

<u>السؤال الثاني:</u>

١- اوجد جذور المعادلة $2x^3-5x^2-2x+2=0$
إذا كان $1-\sqrt{3}$ جذرا لها.

الحل: حيت أن المعادلة ذات معاملات حقيقية ، $1-\sqrt{3}$ جذرا أصم فان $1+\sqrt{3}$ أيضا جذرا لها. لإيجاد الجذر الثالث نجري القسمة التركيبية مرتين كما سبق فنحصل على

$1+\sqrt{3}$	2	-5	-2	2
		$2+2\sqrt{3}$	$3-\sqrt{3}$	-2
$1-\sqrt{3}$	2	$-3+2\sqrt{3}$	$1-\sqrt{3}$	0
		$2-2\sqrt{3}$	$-1+\sqrt{3}$	
	2	-1	0	

إذن ناتج القسمة هو $(2x-1)$ وبالتالي يكون الجذر الثالث $x=1/2$.

٢- استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(2+4x)^4$.

$$(2+4x)^4=(4x)^4+4(2)(4x)^3+\frac{4\cdot 3}{2!}(2)^2(4x)^2$$
$$+\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}(2)^3(4x)^1+(2)^4$$
$$=256x^4+512x^3+384x^2+128x+16$$

٣- اوجد حل مجموعة المعادلات الخطية الاتية باستخدام طريقة كرامر

$$2x-2y-z-3=0$$

$$4x+5y-2z+3=0$$

$$3x+4y-3z+7=0$$

الحــل:
بما أن

$$\Delta=\begin{vmatrix}2 & -2 & -1\\ 4 & 5 & -2\\ 3 & 4 & -3\end{vmatrix}=-27\neq 0$$

إذن للمجموعة حل محدد على الصورة

$$\frac{x}{\Delta_x} = \frac{y}{\Delta_y} = \frac{z}{\Delta_z} = \frac{1}{\Delta}$$

حيث

$\Delta_x = 54 \, , \, \Delta_y = 27$

$\Delta_z = 81$

إذن حل المجموعة هو

$\therefore x = 2, y = -1, z = 3$