## إجابة الأمتحان

**يوم الأمتحان :السبت 8 / 6 / 2013 م ورقة كاملة ( الإحصاء )**

**أستاذ المادة : أ . د . / حسني كامل عبد المقصود أستاذ الإحصاء بقسم الرياضيات . كلية العلوم . جامعة بنها**

## اجابة السؤال الأول ( أ ):

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{297.5}{35} = 8.5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x} = \frac{2681.75}{35} - (8.5)^2 = 76.62 - 72.25 = 4.37$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{4.37} = 2.09$$

**معامل الأختلاف**

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2.09}{8.5} = 0.25$$

## اجابة السؤال الأول ( ب ):

معامل ارتباط بيرسون :

| رقم المريض | عدد ساعات النوم قبل العلاج $x$ | عدد ساعات النوم بعد العلاج $y$ | $x^2$ | $y^2$ | $xy$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 9 | 36 | 81 | 54 |
| 2 | 5 | 4 | 25 | 16 | 20 |
| 3 | 7 | 9 | 49 | 81 | 63 |
| 4 | 4 | 7 | 16 | 49 | 28 |
| 5 | 5 | 6 | 25 | 36 | 30 |
| $\sum$ | 27 | 35 | 151 | 263 | 195 |

معامل ارتباط بيرسون r يعرف كالتالي:

$$r = \frac{\sum xy + N \times \bar{x} \times \bar{y}}{N \times \sigma_x \times \sigma_y}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{27}{5} = 5.4 \quad , \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{151}{5} - (5.4)^2} = \sqrt{30.2 - 29.16} = \sqrt{1.04} = 1.02$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{N} = \frac{35}{5} = 7 \quad , \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N} - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{263}{5} - (7)^2} = \sqrt{52.6 - 49} = \sqrt{3.6} = 1.9$$

$$r = \frac{195 + 5 \times 5.4 \times 7}{5 \times 1.02 \times 1.9} = \frac{195 - 189}{9.88} = \frac{6}{9.88} = 0.61$$

أذن الأرتباط طردي .

معامل ارتباط سبيرمان :

| رقم المريض | عدد ساعات النوم قبل العلاج $x$ | عدد ساعات النوم بعد العلاج $y$ | رتبة $X$ | رتبة $Y$ | $D$ | $D^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **6** | **9** | 4 | 4.5 | -0.5 | 0.25 |
| **2** | **5** | **4** | 2.5 | 1 | 1.5 | 2.25 |
| **3** | **7** | **9** | 5 | 4.5 | 0.5 | 0.25 |
| **4** | **4** | **7** | 1 | 3 | -2 | 4 |
| **5** | **5** | **6** | 2.5 | 2 | 0.5 | 0.25 |
| $\sum$ | **27** | **35** | | | | 7 |

**معامل الأرتباط لسبيرمان ( معامل الرتب )**

$$r = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\times 7}{5(25-1)} = 1 - 0.35 = 0.65$$

أذن الأرتباط طردي .

واضح أن معامل ارتباط بيرسون مختلف عن **معامل الأرتباط لسبيرمان ( معامل الرتب ) ولكن الأدق هو** معامل ارتباط بيرسون .

## اجابة السؤال الثاني ( أ ):

خط انحدار X على Y يمكن كتابته على الصورة .

$$X = aY + b$$

حيث $a, b$ ثوابت تحقق المعادلتين

المعادلات الإعتداليه

$$\sum X = a\sum Y + Nb$$
$$\sum XY = a\sum Y^2 + b\sum Y$$

وبالتعويض في المعادلات الأعتدالية في المعادلتين الأخيرتين

$$60 = 70a + 10b$$
$$374 = 536a + 70b$$

بحل المعادلتين في **a, b** سواء بالحذف أو بالمحددات نجد أن

$$b = 6 - 7a \ , \ 374 = 536a + 70(6-7a)$$
$$a = -1 \ , \ b = -1$$

ويصبح خط انحدار N على n يمكن كتابته على الصورة .

$$X = -1 - Y \quad \rightarrow \quad X + Y + 1 = 0$$

## اجابة السؤال الثاني ( ب ):

**نفرض ان A ترمز الي الحادثة أن يكون الجو ملبد بالغيوم في يوم ما , B ترمز الي الحادثة أن يكون الجو عاصفا وبالتالي فإن :**

$$P(A) = 0.4 \quad , \quad P(B) = 0.3 \quad , \quad P(AB) = 0.18 \quad ,$$
$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$
$$= 0.4 + 0.3 - 0.18$$
$$\therefore P(A+B) = 0.52$$

**أذن احتمال أن يكون الجو ملبد بالغيوم أو عاصف أو كليهما يساوي 0.52**

## اجابة السؤال الثالث:

**نفرض أن عدد االشركات** المصرية التي تم ارساء المناقصة عليها **هو X**

**واضح أن القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي** $x = 0,1,2,3$

**ولحساب احتمالات هذه القيم نجد ان**

$$P(X=0)=\frac{C_0^4C_3^5}{C_3^9}=\frac{10}{84},\qquad P(X=1)=\frac{C_1^4C_2^5}{C_3^9}=\frac{40}{84}$$
$$P(X=2)=\frac{C_2^4C_1^5}{C_3^9}=\frac{30}{84},\qquad P(X=3)=\frac{C_3^4C_0^5}{C_3^9}=\frac{4}{84}$$

**وبكتابة هذه النتائج في جدول نجد أن التوزيع الاحتمالي لعدد الزكور المختارين في العينة :**

| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| p | 10/84 | 40/84 | 30/84 | 4/84 |

**احتمال أن يتم التنقيب في جميع المناطق بشركات مصرية هو** $P(X=3)=\frac{4}{84}$

**واحتمال أن تكون شركة مصرية واحدة على الأقل من ضمن الشركات التي ستنقب هو** $P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\frac{10}{84}=\frac{74}{84}$

**إجابة السؤال الرابع ( أ ) :**

**نفرض ان عدد الصواريخ التي تصيب الهدف هو X**

**أذن X متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين حيث** $n=4$ , $p=0.8$ **وبالتالي فإن التوزيع الأحتمالي هو**

$$P=0.8 \quad , \quad n=4$$
$$P(X=0)=C_0^4(0.8)^0(0.2)^{4-0}=0.0016$$
$$P(X=1)=C_1^4(0.8)^1(0.2)^{4-1}=0.0256$$
$$P(X=2)=C_2^4(0.8)^2(0.2)^{4-2}=0.1536$$
$$P(X=3)=C_3^4(0.8)^3(0.2)^{4-3}=0.4096$$
$$P(X=4)=C_4^4(0.8)^4(0.2)^{4-4}=0.4096$$

**وبكتابة هذه النتائج في جدول نجد أن التوزيع الاحتمالي لعدد الصواريخ التي تصيب الهدف هو :**

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| p | **0.0016** | **0.0256** | **0.1536** | **0.4096** | **0.4096** |

**دالة التوزيع التراكمية F(x) هي :**

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 0.0016 & 0\leq x<1\\ 0.0272 & 1\leq x<2\\ 0.1808 & 2\leq x<3\\ 0.5904 & 3\leq x<4\\ 1 & x\geq 4\end{cases}$$

**هو احتمال أصابة الهدف بصاروخ واحد على الأقل**

$$P(X\geq)=1-0.0016=0.9984$$

**متوسط وتباين هذا التوزيع** $\mu=np=4\times 0.8=3.2$ , $\sigma^2=npq=4\times 0.8\times 0.2=0.64$

**إجابة السؤال الرابع ( ب ) :**

**لإيجاد قيمة C نعلم ان**

$$\sum p=1$$
$$0.3+0.1+0.2+0.15+C=1$$
$$\therefore C=0.25$$

**دالة التوزيع التراكمية F(x) هي :**

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<-5\\ 0.3 & -5\le x<0\\ 0.4 & 0\le x<5\\ 0.6 & 5\le x<10\\ 0.75 & 10\le x<20\\ 1 & x\ge 20\end{cases}$$

**لإيجاد التوقع الرياضي EX و الانحراف المعياري $\sigma$**

| **x** | **-5** | **0** | **5** | **10** | **20** | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **p(x)** | **0.3** | **0.1** | **0.2** | **0.15** | **0.25** | **1** |
| **x p(x)** | **-1. 5** | **0** | **1** | **1.5** | **5** | **6** |
| **$x^2$ p(x)** | **7.5** | **0** | **5** | **15** | **100** | **127.5** |

$$EX=\sum xp(x)=6$$

$$\sigma=\sqrt{\sum x^2 p(x)-(EX)^2}$$

$$=\sqrt{127.5-(6)^2}=\sqrt{127.5-36}=9.57$$