إجابة أمتحان

الفرقة : ثالثة   مقرر ٢٤١ ر   المادة : إحصاء حيوى

يوم الأمتحان : الأربعاء ١١ / ١ / ٢٠١٧ م ورقة كاملة

أستاذ المادة : أ . د . / حسنى كامل عبد المقصود أستاذ متفرغ بكلية العلوم جامعة بنها

إجابة السؤال الأول (أ)

إذا كان أطوال الطلبة المتقدمين للالتحاق بالكليات العسكرية هو X فإنه يتبع التوزيع طبيعي بمتوسط 170 سم و انحراف معياري 10 سم .
فإذا تم أختيار طالب عشوائيا فإن احتمال ان يكون طول الطالب يتراوح بين 162.5 & 190 سم هو

$$P(162.5 < X < 190) = P\left(\frac{162.5-170}{10} < X < \frac{190-170}{10}\right) = P(-0.75 < Z < 2)$$

$$P(0 < Z < 0.75) + P(0 < Z < 2) = 0.2734 + 0.4774 = 0.7508$$

عدد الطلبة المحتمل قبولهم في الكلية يساوي $20000 \times 0.7508 = 15016$

إذا كان عدد الطلبة المتقدمين للالتحاق بالكليات العسكرية هو X فإن متوسط اطوال الطلاب $\overline{X}$ يتبع التوزيع طبيعي بمتوسط 170 سم و انحراف معياري $1 = \frac{10}{\sqrt{100}}$ سم . احتمال أن يكون متوسط أطوالهم اكبر من 168 سم

الاحتمال المطلوب بأستخدام نظرية الحد المركزية

$$P(\overline{X} > 168) = P\left(Z > \frac{168-170}{2}\right) = P(Z > 2)$$

$$\therefore P(\overline{X} > 168) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9774 = 0.0226$$

إجابة السؤال الأول (ب) :

نفرض ان X هو عدد الحوادث الأسبوعية التي تقع علي أحدي الطرق السريعة وتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 حوادث أسبوعيا . أي أن X توزيع بواسون ببارمتر $\lambda = 3$ وبالتالي فإن التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو

$$P(X = m) = \frac{e^{-3} \times 3^m}{m!} \qquad , \qquad m = 0,1,2,\ldots$$

$$P(X \geq 4) = 1 - P[X < 4] = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-3} \times 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \times 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} \times 3^2}{2!} + \frac{e^{-3} \times 3^3}{3!}\right]$$

$$= 1 - [0.05 + 0.15 + 0.225 + 0.225] \qquad = 1 - 0.65 = 0.35$$

إجابة السؤال الثاني (أ) :

الفرض العد مي : Null Hypothesis

"وهو الفرض الأصلي الذي نجري حوله الاختبار أو فرض التساوي و يرمز له بالرمز H_0 " وهذا الفرض ينص علي أن قيمة المعلمة (معلمة المجتمع) = قيمة معينة (فرضية) أو بمعني آخر فإن هذا الفرض يفترض عدم وجود فرق حقيقي بين معلمة المجتمع و القيمة الافتراضية وأن أي فرق بينهما يكون راجعا إلى عوامل الصدفة .

الفرض البديل : Alternative Hypothesis

وهو الفرض المعاكس للفرض العد مي ويرمز له بالرمز H_1 وهو يعني أنة هناك فرقا معنويا بين معلمة المجتمع و التقدير الإحصائي التي تم حسابه من العينة أو بعبارة أخري يعني هذا الفرض أن العينة لا تمثل المجتمع بل أنها تنتمي إلى مجتمع آخر .

وهذا الفرض غالبا ما يكون علي الصورة $\neq$ or $>$ or $<$:

<u>اختبار ذو طرف واحد يمين (ذو ذيل يمين)</u>

إذا كان الفرض البديل H_1 علي صورة > تكون هناك منطقة رفض واحدة إلى اليمين ومساحتها تساوي α

<u>اختبار ذو طرف واحد يسار (ذو ذيل يسار)</u>

إذا كان الفرض البديل H_1 علي صورة < تكون هناك منطقة رفض واحدة إلى اليسار ومساحتها تساوي α

الاختبار <u>اختبار ذو طرفين (ذو ذيلين)</u>.

إذا كان الفرض البديل H_1 علي صورة $\neq$ تكون منطقة الرفض مقسمة إلى منطقتين موزعة بالتساوي ومساحة كل منهما تساوي $\alpha/2$ وذلك علي طرفي التوزيع

<u>1 . خطأ من النوع الأول : Type One Error</u>

يحدث هذا الخطأ عندما يكون القرار الذي تم اتخاذه هو رفض الفرض العد مي علي الرغم من صحته . ويرمز لاحتمال الوقوع في خطأ من هذا النوع بالرمز α.

و يسمي هذا الاحتمال <u>بمستوي المعنوية Significance Level</u> كما يسمي الاحتمال المكمل $(1-\alpha)$ بدرجة الثقة Confidence Degree.

<u>2 . خطأ من النوع الثاني : Type Two Error</u>

يحدث هذا الخطأ عندما يكون القرار الذي تم اتخاذه هو قبول الفرض العد مي علي الرغم من خاطئ . ويرمز لاحتمال الوقوع في خطأ من هذا النوع بالرمز β.

الأنحراف المعياري للمجتمع مجهول σ غير معلومة .

من بيانات العينة $\bar{x} = 30.8, s = 1.5$ ، $n = 32, \alpha = 0.01$.

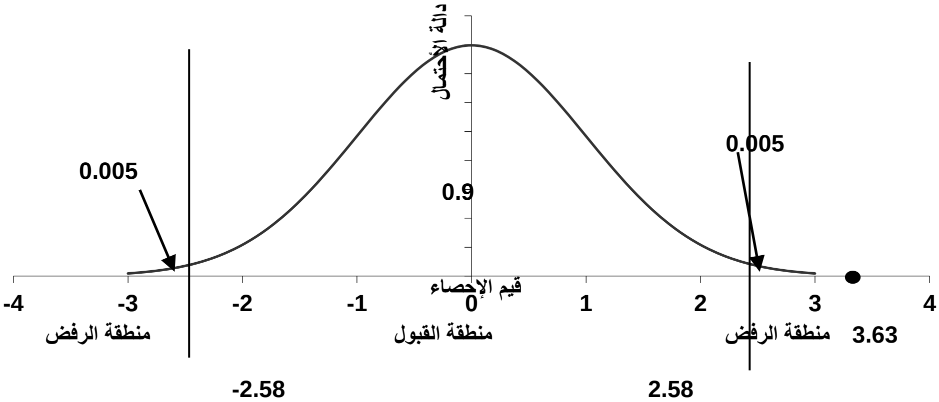
ولذلك باستخدام توزيع z في الاختبار نجد أن :

<u>الفرض العدم :</u> $H_0 : \mu = 30$ **المتوسط الحقيقي لذمن الدورة المرورية علي المصنع للحارس الليلي هو 30دقيقة .**

<u>الفرض البديل :</u> $H_1 : \mu \neq 30$ **المتوسط الحقيقي لذمن الدورة المرورية علي المصنع للحارس الليلي لايساوي 30دقيقة .**

<u>الإحصائية المستخدمة</u> $\bar{X}$ **و التوزيع المستخدم هو التوزيع الطبيعي القياسي .**

بمعلومية مستوي المعنوية $\alpha = 0.01$ **و الفرض البديل H_1 فإن الاختبار ذو طرفين وتكون مناطق القبول و الرفض كما هو موضح بالشكل :**



<u>الاختبار الإحصائي :</u> بافتراض صحة الافتراض العدم فإن

$$\hat{Z} = \frac{\bar{X} - 30}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{30.8 - 30}{\sqrt{\frac{1.5}{32}}} = \frac{0.8}{0.22} = 3.63$$

القرار : حيث أن $\hat{Z}$ تقع في منطقة رفض فرض العدم فأننا نستطيع القول أن هناك فرق معنوي بين المتوسط الحقيقي لذمن الدورة المرورية علي المصنع للحارس الليلي و 30دقيقة .

<u>إجابة السؤال الثاني (ب) :</u>

هذا المجتمع له الدالة الاحتمالية

X	1	3	5	7	9
$f(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

يتضح أن هذا التوزيع ليس معتدلا بل يطلق عليه التوزيع المنتظم ويمكن حساب المتوسط والتباين ونجد أن

$\sigma^2 = 8; \mu = 5$

الآن نريد سحب عينة من حجم 2 ثم نوجد التوزيع العينى على أن يكون السحب بإرجاع فى هذه الحالة نجد أن عدد العينات الممكنة هى $5^2 = 25$ وهى كالتالى :

$$\begin{array}{l}
(1,1),(1,3),(1,5),(1,7),(1,9) \\
(3,1),(3,3),(3,5),(3,7),(3,9) \\
(5,1),(5,3),(5,5),(5,7),(5,9) \\
(7,1),(7,3),(7,5),(7,7),(7,9) \\
(9,1),(9,3),(9,5),(9,7),(9,9)
\end{array}$$

احتمال سحب عينة من هذه العينات هى $1/25$ ويكون التوزيع العينى هو :

$\overline{X}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(\overline{X})$	1/25	2/25	3/25	4/25	5/25	4/25	3/25	2/25	1/25

ويرسم هذا التوزيع نجد أنه يأخذ تقريبا شكل التوزيع المعتدل

$$E\overline{X} = 1\times\frac{1}{25} + 2\times\frac{2}{25} + 3\times\frac{3}{25} + 4\times\frac{4}{25} + 5\times\frac{5}{25} + 6\times\frac{4}{25} + 7\times\frac{3}{25} + 8\times\frac{2}{25} + 9\times\frac{1}{25} = 5$$

$$\begin{aligned}
\sigma^2{}_{\overline{X}} &= 1^2\times\frac{1}{25} + 2^2\times\frac{2}{25} + 3^2\times\frac{3}{25} + 4^2\times\frac{4}{25} + 5^2\times\frac{5}{25} + 6^2\times\frac{4}{25} + 7^2\times\frac{3}{25} + 8^2\times\frac{2}{25} + 9^2\times\frac{1}{25} - 5^2 \\
&= 29 - 25 = 4
\end{aligned}$$

ونجد أن :

$$\boldsymbol{\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \; E\overline{X} = \mu}$$

ويرسم التوزيع الاحتمالي للمتوسط نجد انة يشبة التوزيع الطبيعي اي ان $\overline{\mathbf{X}} \approx \mathbf{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

اجابة السؤال الثالث (أ) :

عند درجة ثقة 95% اي ان $1-\alpha = 0.95$ نجد أن $\alpha = 0.05, \frac{\alpha}{2} = 0.025$ ومن الجداول نجد أن $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ وبالتالى فأن

$n = 64, \overline{x} = 850, s = 48$

$$\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + z_{\alpha_{/2}}.\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$850 - 1.96\times\frac{48}{\sqrt{64}} < \mu < 850 + 1.96\times\frac{48}{\sqrt{64}}$$

$$838.76 < \mu < 861.76$$

أي أن فترة الثقة المناظرة لمستوى ثقة 95% هى $(838.76 \quad , \quad 861.76)$.

اجابة السؤال الثالث (ب) :

عند درجة ثقة99% اي ان $1-\alpha=0.99$ نجد أن $\alpha=0.01,\frac{\alpha}{2}=0.005$ ومن الجداول نجد أن $z_{\frac{\alpha}{2}}=2.58$ وبالتالى فأن

$n=500, r=\frac{100}{500}=0.2$

$$r-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sqrt{r(1-r)}}{\sqrt{n}}<R<r+z_{\frac{\alpha}{2}2}\frac{\sqrt{r(1-r)}}{\sqrt{n}}$$

$$0.2-2.58\times\frac{\sqrt{0.2\times(1-.02)}}{\sqrt{64}}<R<0.2-2.58\times\frac{\sqrt{0.2\times(1-.02)}}{\sqrt{64}}$$

$$0.15<R<0.25$$

أي أن فترة الثقة المناظرة لمستوى ثقة 95% هى $(0.15 \quad , \quad 0.25)$.

اجابة السؤال الرابع (أ) :

قيمة C

$$\int f(x)dx=1$$

$$\int_0^1 Cxdx=1$$

$$\left[C\frac{x^2}{2}\right]_0^1=1$$

$$C\times\frac{1}{2}=2$$

$$C=2$$

دالة التوزيع التراكمية F(x) هي :

$$F(x)=\begin{Bmatrix}0 & x<0 \\ \int_0^x 2xdx=x^2 & 0\le x\le 1 \\ 1 & x\ge 1\end{Bmatrix}$$

لإيجاد التوقع الرياضي EX و الانحراف المعياري σ

$$EX=\int x\times f(x)dx=\int_0^1 x\times 2xdx=2\int_0^1 x^2dx=\frac{2}{3}[x^3]_0^1=\frac{2}{3}$$

$$\sigma^2=\int x^2\times f(x)dx-(EX)^2=\int_0^1 x^2\times 2xdx-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{4}\int_0^1 x^3dx-\frac{4}{9}=\frac{1}{2}[x^4]_0^1=\frac{1}{2}-\frac{4}{9}=\frac{1}{18}$$

$$\therefore\sigma=\sqrt{\frac{1}{18}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

اجابة السؤال الرابع (ب) :

دالة التوزيع التراكمية F(x) هي :

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<-3 \\ 0.1 & -3\le x<0 \\ 0.3 & 0\le x<5 \\ 0.7 & 5\le x<10 \\ 1 & x\ge 10 \end{cases}$$

لإيجاد التوقع الرياضي EX و الانحراف المعياري σ

x	-3	0	5	10	$\sum$
p(x)	**0.1**	**0.2**	**0.4**	**0.3**	**1**
x p(x)	**-0.3**	**0**	**2**	**3**	**2.7**
x^2 p(x)	**0.9**	**0**	**10**	**30**	**29.1**

$$EX=\sum xp(x)=2.7$$

$$\sigma=\sqrt{\sum x^2 p(x)-(EX)^2}$$
$$=\sqrt{29.1-(2.7)^2}=\sqrt{29.1-7.29}=4.67$$