جامعة بنـها – كلية العلوم – قسم الرياضيات

لطلاب المستوى الثالث

يوم الامتحان: الاثنين ١١ / ١ / ٢٠١٦ م

المادة : معادلات تفاضلية (٢) (٣١٣ ر)

الممتحن: د . / محمد السيد عبدالعال عبدالغنى

مدرس بقسم الرياضيات بكلية العلوم

اسئله + نموذج إجابه

ورقة كاملة

جـــامعة بنــــها
كلـية الـــــعلوم
قسـم الرياضيات

معادلات تفاضلية (٢) (٣١٣ ر) لطلاب المستوى الثالث

أجب على الاسئله التاليه (الدرجة الكلية ٨٠ درجة)

السؤال الأول (٢٠ درجة) :-

١- **أوجد** حل المعادلة التفاضلية الاتية **:-**

$$(x+1)^2 y'' + (x+1)y' + y = 4\cos(\ln(x+1))$$

٢- **أدرس** أستقلال وأرتباط الدوال الاتية:

$$f_1(r) = 3^r \ ، \ f_2(r) = r3^r \ ، \ f_3(r) = r^2 3^r$$

٣- **أوجد** حل النظام المعادلات الاتية:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + \dfrac{dy}{dt} - 2y = 2\cos t - 7\sin t \\ \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dy}{dt} + 2x = 4\cos t - 3\sin t \end{cases}$$

السؤال الثانى (٢٠ درجة) :-

١- **أوجد** حل المعادلة التفاضلية الاتية بأستخدام طريقة متسلسلات القوى:

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$$

٢- **حدد** اى من المعادلات الفرقية الاتية خطية واى منها غير خطية ثم **اوجد** رتبة كل معادلة:

I. $y_{r+4} + 5y_{r-2} + 6y_{r+1} = 1 + \sin r^2$

II. $y_{r+s+3} + 6y^2{}_{r+1} = 7^r$

٣- **أوجد** حل المعادلة التفاضلية الاتية :

$$x' = Ax + F(t)$$

حيث أن $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \ , \ F(t) = \begin{pmatrix} e^t \\ 1 \end{pmatrix}$

السؤال الثالث (٢٠ درجة) :-

١- **أوجد** المعادلة الفرقية والتى يكون حلها العام هو:

$$y_r = A2^r + B3^r$$

انظر خلف الورقة

٢- **برهن أن**

(a $x_r = C\prod_{i=1}^{r-1} P_i,\quad y_1 = C$ يكون حل للمعادلة: $y_{r+1} - Py_r = 0$

(b $z_r = \left(\prod_{i=1}^{r-1} P_i\right)\sum_{s=1}^{r-1}\dfrac{q_s}{\prod_{i=1}^{s} P_i}$ يكون حلاً خاصاً للمعادلة الغير متجانسة الاتية:

$$y_{r+1} - Py_r = Q_r$$

ثم **أوجد** الحل العام للمعادلة الاتية:

$$y_{r+1} - ry_r = 5$$

٣- **صنف** سلوك المعادلة التفاضلية الاتية عند النقط $x=0, x=1, x=-1$:

$$x^2(x^2-1)y'' + (x-1)^2 y' + x^2 y = 0$$

السؤال الرابع (٢٠ درجة) :-

١- أوجد الحل العام للمعادلة الفرقية الاتية :

$$y_{r+2} - 4y_{r+1} + 3y_r = 1 + \sin\frac{\pi r}{2}$$

٢- أوجد حل المعادلة التفاضلية الاتية :

$$(x+2)y'' - (2x+5)y' + 2y = 2(x+2)^2 e^{2x},\quad x \neq -2$$

اذا كان $y = e^{2x}$ حلا ً للمعادلة المذكوره

انتهت أسئلة
مع أطيب تمنياتى بالتوفيق والنجاح
د. محمد السيد عبدالعال

نموذج اجابه لأمتحان المعادلات تفاضلية (٢) (٣١٣ ر) لطلاب المستوى الثالث

(الدرجة الكلية ١٢٠ درجة)

اجابة السؤال الأول (٢٠ درجة) :-

١- أوجد حل المعادلة التفاضلية الاتية :-

$$(x+1)^2 y'' + (x+1)y' + y = 4\cos(\ln(x+1))$$

الحـــــــــــل

المعادلة على صورة معادلة لاجندر حيث أن $a=1, b=1$
نأخذ التعويض

$$(x+1) = e^z \;\Rightarrow\; z = \ln(x+1) \;\Rightarrow\; x = (e^z - 1)$$

المعادلة مكن كتابتها على الصورة

$$\left((x+1)^2 D^2 + (x+1)D + 1\right)y = 4\cos(\ln(x+1))$$

حيث أن المؤثر θ هو $\theta\, y = \dfrac{dy}{dz}$ ،

$$(x+1)D = \theta\,, \quad (x+1)^2 D^2 = \theta(\theta - 1)$$

من المعادلات السابقة نحصل على :

$$[\theta(\theta-1) + \theta + 1\quad]y = 4\cos(\ln e^z) = 4\cos(z)$$
$$\Rightarrow\; [\theta^2 + 1\quad]y = 4\cos(z)$$

والمعادلة المساعدة هى :

$$\lambda^2 + 1 \;= 0 \qquad \Rightarrow\; \lambda_1 = i,\; \lambda_2 = -i$$

ويكون الحل y_c هو :

$$y_c = c_1\cos z + c_2 \sin z$$

والحل الخاص y_p هو :

$$y_p = \frac{2}{\theta^2+1}.\left(e^{iz} + e^{-iz}\right) = \frac{2}{(\theta-i)(\theta+i)}.\left(e^{iz} + e^{-iz}\right) = 2z\sin z$$

وبالتالى يكون لدينا الحل العام y_G الآتى :

$$y_G = c_1\cos z + c_2\sin z + 2z\sin z$$

وبالتعويض عن قيمة $z = \ln(x+1)$ نحصل على :

$$y_G = c_1\cos\ln(x+1) + c_2\sin\ln(x+1) + 2\ln(x+1)\sin\ln(x+1)$$

٢- أدرس أستقلال وأرتباط الدوال الاتية:

$$f_1(r) = 3^r \;،\; f_2(r) = r3^r \;،\; f_3(r) = r^2 3^r$$

الحــــــــــــــل

The linear combination of this functions is

$$c_1 f_1(r)+c_1 f_1(r)+c_1 f_1(r)=3^r(c_1+rc_2+c_3r^2)$$

The right hand side of will be zero if and only if

$(c_1+rc_2+c_3r^2)=0$

But this occur for $c_1 = c_2 = c_3 = 0$. Therefore the functions

$3^r, r3^r, r^2 3^r$ are linearly independent.

==

٣- **أوجد** حل النظام المعادلات الاتية:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}+\dfrac{dy}{dt}-2y=2\cos t-7\sin t \\ \dfrac{dx}{dt}-\dfrac{dy}{dt}+2x=4\cos t-3\sin t \end{cases}$$

الحــــــــــــــل

يمكن كتابة مجموعة المعادلات على الصورة :

$$Dx+(D-2)y=2\cos t-7\sin t \qquad (1)$$

$$(D+2)x-Dy=4\cos t-3\sin t, \qquad . \qquad (2)$$

: نوجد المؤثر التفاضلى العام للمجموعة

$$F(D)=\begin{vmatrix} D & D-2 \\ D+2 & -D \end{vmatrix}=-2D^2+4$$

إذن يوجد لدينا عدد إثنين ثابت إختيارى،ويمكن كتابة المعادلتين على الصورة :

بضرب المعادلة (2) فى $(D-2)$ وبضرب المعادلة (١) فى D ثم الجمع مع المعادلة (1) نحصل على :

$$[(D+2)(D-2)]x=(D-2)\{4\cos t-3\sin t\}=2\sin t-11\cos t$$

$$D^2x=-2\sin t-7\cos t$$

بالجمع نحصل على :

$$(D^2-2)x=-9\cos t$$

إذن الحل المكمل x_c هو :

$$x_c=c_1e^{\sqrt{2}t}+c_2\ e^{-\sqrt{2}t}$$

والحل الخاص هو x_p :

$$x_p=A\cos t+B\sin t$$

وبالتعويض ومقارنة المعاملات نحصل على:

$$x_p=3\cos t$$

إذن الحل العام x_G هو :

$$x_G=x_c+x_p=c_1e^{\sqrt{2}t}+c_2\ e^{-\sqrt{2}t}+3\cos t \qquad (4)$$

وهنا نكون قد حصلنا على أول مجهول x وهو الحل العام للمعادلة (3) ، وبالتعويض عنه فى المعادلة (2) نحصل على :

$$(D-2)y=2\cos t-4\sin t+\sqrt{2}c_2e^{-\sqrt{2}t}-\sqrt{2}c_1e^{\sqrt{2}t}$$

$$y_c=c_3\ e^{2t}$$

$$y_p=\frac{1}{D-2}\{2\cos t-4\sin t\}+\frac{\sqrt{2}c_2}{-\sqrt{2}-2}e^{-\sqrt{2}t}-\frac{\sqrt{2}c_1}{\sqrt{2}-2}e^{\sqrt{2}t} \qquad (٥)$$

المعادلات (4)،(5) هى الحلول العامة المجموعة .

أجابة السؤال الثانى (20 درجة) :-

١- **أوجد** حل المعادلة التفاضلية الاتية بأستخدام طريقة متسلسلات القوى:

$$(1+x^2)y''+xy'-y=0$$

الحـــــــــــــل

: نفرض ان الحل علي الصوره:

$$y=\sum_{n=0}^{\infty}c_n\,x^n \quad\Rightarrow\quad y'=\sum_{n=0}^{\infty}nc_n\,x^{n-1},\,y''=\sum_{n=0}^{\infty}n(n-1)c_n\,x^{n-2}$$

بالتعويض في المعادلة نحصل علي:

$$(1+x^2)\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n\, x^{n-2} + x\sum_{n=1}^{\infty} c_n n\, x^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} c_n\, x^n = 0$$

$$\Rightarrow .\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n\, x^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)c_n\, x^n + \sum_{n=1}^{\infty} c_n n\, x^n - \sum_{n=0}^{\infty} c_n\, x^n = 0$$

بوضع في المجموع الأول $n=m+2$ والمجموع الثلني $m=n$ نحصل علي متسلسله مكافئه لها تبدأ من $m=0$ وبالتالي نحصل علي :

$$2c_2 - .c_0 + 6c_3 x + \sum_{m=2}^{\infty}[(m+2)(m+1)c_{m+2} + (m+2)(m-1)c_m]x^m = 0$$

حيث ان متسلسلة القوي ذات معاملات غير صفريه فاننا نساوي معاملات x بالصفر:

Thus $c_3=0$,

$$c_{m+2} = \frac{-(m+1)(m-1)c_m}{(m+2)(m+1)} \qquad m = 0,1,2,3\ldots$$

$$c_1 = c_3 = c_5 = \cdots = 0$$

$$c_2 = \frac{c_0}{2}, \quad c_4 = -\frac{c_2}{8}, \quad c_6 = -\frac{c_0}{16}, \qquad \ldots.$$

فان متسلسلة الحل هي:

$$\xrightarrow{\text{yields}} \quad y = c_0\left\{1 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{16}x^6 + \cdots\right\} + c1x \quad \#$$

-====-=----=============----------=========-----=-=-=-=-=

٢- **حدد** اى من المعادلات الفرقية الاتية خطية واى منها غير خطية ثم **اوجد** رتبة كل معادلة:

I. $y_{r+4} + 5y_{r-2} + 6y_{r+1} = 1 + \sin r^2$

II. $y_{r+s+3} + 6y^2{}_{r+1} = 7^r$

الحـــــــــــــل

١- Linar with order 3

٢- nonlinar with order s+2

-=

٣- **أوجد** حل المعادلة التفاضلية الاتية :

$$x' = Ax + F(t)$$

حيث أن

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad F(t) = \begin{pmatrix} e^t \\ 1 \end{pmatrix}$$

الحـــــــــل

نجد أن: $|A-\lambda I|=0$ من المعادله المساعده

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$$
$$\Rightarrow \lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$$
$$\Rightarrow \lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 2$$

نحصل علي جذربن حقيقين مختلفين ويكون الحل هو

$$x_h = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} e^t + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} e^{2t} = \begin{pmatrix} ae^t + ce^{2t} \\ be^t + de^{2t} \end{pmatrix}$$

بإيجاد

$$x_h' = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} e^t + 2\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} e^{2t} = \begin{pmatrix} ae^t + 2ce^{2t} \\ be^t + 2de^{2t} \end{pmatrix}$$

نحصل علي: $x' = Ax$ بالتعويض في المعادله

$$\begin{pmatrix} ae^t + 2ce^{2t} \\ be^t + 2de^{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ae^t + ce^{2t} \\ be^t + de^{2t} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} be^t + de^{2t} \\ (-2a+3b)e^t + (-2c+3d)e^{2t} \end{pmatrix}$$

وبمقارنة المعاملات للطرفين نحصل علي :

$$\Rightarrow \qquad b = a, \qquad \frac{d}{2} = c$$

والحل هو :

$$x_h = a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^t + c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t}$$

فإننا نفرض الحل x_h وهي أحد عناصر الحل المتجانس e^t تحتوي علي $F(t)$ حيث أن الداله x_p نوجد الحل علي الصوره x_p

$$x_p = \begin{pmatrix} a+bt \\ c+dt \end{pmatrix} e^t + \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} e^{2t} = \begin{pmatrix} (a+bt)e^t + me^{2t} \\ (c+dt)e^t + ne^{2t} \end{pmatrix}$$

$$x'_p = \begin{pmatrix} (a+b+bt)e^t + 2me^{2t} \\ (c+d+dt)e^t + 2ne^{2t} \end{pmatrix} = Ax + F$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} (a+b+bt)e^t + 2me^{2t} \\ (c+d+dt)e^t + 2ne^{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (a+bt)e^t + me^{2t} \\ (c+dt)e^t + ne^{2t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^t \\ e^{2t} \end{pmatrix}$$

بالمقارنه للطرفين نحصل علي قيم الثوابت

......

والحل العام هو $x_G = x_h + x_p$

=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-===-=--=-=-==

أجابة السؤال الثالث (٢٠ درجة) :-

١- **أوجد** المعادلة الفرقية والتى يكون حلها العام هو:

$$y_r = A2^r + B3^r$$

الحـــــــــــل

$$y_r = A2^r + B3^r \qquad (١)$$

$$y_{r+1} = A2^{r+1} + B3^{r+1} \qquad (٢)$$

$$y_{r+2} = A2^{r+2} + B3^{r+2} \qquad (٣)$$

من (١)، (٢)، (٣)

نحصل على $6y_r = 10y_{r+1} - y_{r+2}$

=------------==--==--==--==--==----==---==--

٢- **برهن أن**

a) $y_1 = C$, $x_r = C\prod_{i=1}^{r-1} P_i$ يكون حل للمعادلة: $y_{r+1} - Py_r = 0$

(b $z_r = \left(\prod_{i=1}^{r-1} P_i\right) \sum_{s=1}^{r-1} \frac{q_s}{\prod_{i=1}^{s} P_i}$ يكون حلاً خاصاً للمعادلة الغير متجانسة الاتية:

$$y_{r+1} - Py_r = Q_r$$

ثم **أوجد** الحل العام للمعادلة الاتية:

$$y_{r+1} - ry_r = 5$$

الحـــــــــــــــل

Consider homogeneous difference equations of the first order.
If y_1 is given, then we get solutions $y_2, y_3, y_4, y_5.....y_{r-1}$
as follows:

$y_2 = p_1 y_1$
$y_3 = p_2 y_2 = p_1 p_2 y_1$
$y_4 = p_3 y_3 = p_1 p_2 p_3 y_1$
....
....
....
$y_r = p_{r-1} y_{r-1} = p_1 p_2 .....p_{r-1} y_1.$

Thus

$y_h = y_r = C\prod_{i=1}^{r-1} P_i$ is homogenous solution of homogeneous difference equation.

By dividing both sides of (1)on $\prod_{i=1}^{r} P_i$ we get

$$\frac{y_{r+1}}{\prod_{i=1}^{r} P_i} - \frac{p_r y_r}{\prod_{i=1}^{r} P_i} = \frac{q_r}{\prod_{i=1}^{r} P_i}$$

which can be written as

$$\frac{y_{r+1}}{\prod_{i=1}^{r} P_i} - \frac{y_r}{\prod_{i=1}^{r-1} P_i} = \frac{q_r}{\prod_{i=1}^{r} P_i}$$

Since $\Delta y_r = y_{r+1} - y_r$, thus

$$\Delta\left(\frac{y_r}{\prod_{i=1}^{r-1} P_i}\right) = \frac{q_r}{\prod_{i=1}^{r} P_i}$$

therefore we get

$$\frac{y_r}{\prod_{i=1}^{r-1} P_i} = \Delta^{-1}\left(\frac{q_r}{\prod_{i=1}^{r} P_i}\right)$$

this implies

$$y_r = \left(\prod_{i=1}^{r-1} P_i\right)\Delta^{-1}\left(\frac{q_r}{\prod_{i=1}^{r} P_i}\right)$$

i.e, for $y_r = y_p$, thus

$$y_p = \left(\prod_{i=1}^{r-1} P_i\right)\sum_{s=1}^{r-1}\left(\frac{q_s}{\prod_{i=1}^{s} P_i}\right)$$

Consequently the general solution y_G is the sum of both y_h *and* y_p
i.e,

$$y_G = y_h + y_p = C\prod_{i=1}^{r-1} P_i + \left(\prod_{i=1}^{r-1} P_i\right)\sum_{s=1}^{r-1}\left(\frac{q_s}{\prod_{i=1}^{s} P_i}\right)$$

$$y_{r+1} - r y_r = 5$$

-Since $p_r = r$, $q_r = ٥$, $\Rightarrow \prod_{i=1}^{r-1} i = (r-1)!$ ، $\prod_{i=1}^{r-1} 5 = 5$

$$y_G = y_h + y_p = C(r-1)! + (r-1)!\sum_{s=1}^{r-1}\left(\frac{5}{s!}\right)$$

---=====----====-=-==-

٣- **صنف** سلوك المعادلة التفاضلية الاتية عند النقط $x=0, x=1, x=-1$:

$$x^2(x^2-1)y''+(x-1)^2y'+x^2y=0$$

الحـــــــــــــل

Since $A(x)=\dfrac{x-1}{x^2(x+1)}$, $\quad B(x)=\dfrac{1}{(x-1)(x+1)}$,

هنا لدينا النقط x=-1, x=1,x=0 نبدأ عند النقطه x=-1 ،

$$\lim_{x\to-1}\frac{x-1}{x^2(x+1)}\to unbounded\,,$$
$$\lim_{x\to0}\frac{x-1}{x^2(x+1)}\to unbounded\,,$$
$$and\quad \lim_{x\to1}\frac{1}{(x-1)(x+1)}\to unbounded$$

فان النقط $x=1, x=0, x=-1$ تكون (SP) singular point للمعادله ونبحث نوعها من حيث

Regular singular point(**RSP**) or Irregular singular point (**ISP**)

$$\lim_{x\to-1}(x+1)\frac{x-1}{x^2(x+1)}=-2\to bounded\,,$$
$$and\quad \lim_{x\to-1}(x+1)^2\frac{1}{(x-1)(x+1)}=0\to bounded$$

فان النقطه $x=-1$ تكون Regular singular point (RSP)

$$\lim_{x\to1}(x-1)\frac{x-1}{x^2(x+1)}=0\to bounded\,,$$
$$and\quad \lim_{x\to1}(x-1)^2\frac{1}{(x-1)(x+1)}=0\to bounded$$

فان النقطه $x=1$ Regular singular point (RSP)

$$\lim_{x\to 1}(x-0)\frac{x-1}{x^2(x+1)} = \to unbounded,$$

$$and \quad \lim_{x\to 1}(x-0)^2\frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0 \to bounded$$

فان النقطه**x=0** Irregular singular point (ISP)

-==-.=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=

أجابة السؤال الرابع (٢٠ درجة) :-

١- أوجد الحل العام للمعادلة الفرقية الاتية :

$$y_{r+2} - 4y_{r+1} + 3y_r = 1 + \sin\frac{\pi r}{2}$$

الحـــــــــــــــــل

Let $y_r = \lambda_r$, then
$\lambda^{r+2} - 4y^{r+1} + 3\lambda^r = 0$ then $\lambda^r(\lambda^2 - 4y + 3) = 0$
thus $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 3$. Hence the homogeneous solution is

$$x_r = x_h = A1^r + B3^r$$

Now, we let y_p as

$$z_r = x_p = Dr + E\cos(\frac{\pi}{2}r) + F\cos(\frac{\pi}{2}r)$$

$$\Rightarrow z_{r+1} = D(r+1) + E\cos(\frac{\pi}{2}(r+1)) + F\cos(\frac{\pi}{2}(r+1))$$

$$\Rightarrow z_{r+2} = D(r+2) + E\cos(\frac{\pi}{2}(r+2)) + F\cos(\frac{\pi}{2}(r+2))$$

therefore, by substituting and comparing the coefficients of both sides,we get

$$z_r = x_p = -\frac{1}{2}r + \frac{1}{5}[\cos(\frac{\pi}{2}r) + \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{2}r)]$$

===

٢- أوجد حل المعادلة التفاضلية الاتية :

$$(x+2)y''-(2x+5)y'+2y=2(x+2)^2e^{2x},\ \ x\neq-2$$

حلاً للمعادلة المذكوره $y=e^{2x}$ اذا كان

الحـــــــــــل

نفرض أن الحل العام هو :

$$y=e^{2x}u(x)\quad ,\qquad y'=2e^{2x}u(x)+e^{2x}u'(x)\quad ,$$

$$y''=4e^{2x}u(x)+4e^{2x}u'(x)+e^{2x}u''(x)\quad ,$$

نعوض فى المعادلة (I) نحصل على :

$$\Rightarrow\quad (x+2)u''+(2x+3)u'=2(x+2)^2\quad ,\qquad (II)$$

وبفرض أن $u'(x)=V(x)$ فتصبح المعادلة الأخيرة(II) كالآتى :

$$\Rightarrow\quad (x+2)v'+(2x+3)v=2(x+2)^2\quad ,\qquad (II)$$

وهى معادلة خطية فى $V(x)$ فيها $q(x)=2(x+2)$ ، $p(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$ وعامل التكامل هو $\mu=\dfrac{e^{2x}}{x+2}$

والحل العام هو : $\Rightarrow\quad .V(x)=\dfrac{x+2}{e^{2x}}(e^{2x}+c)$

وحيث أن $u'(x)=V(x)$ بالتعويض فتصبح المعادلة الأخيرة كالآتى :

$$\Rightarrow\quad .u'(x)=\frac{du}{dx}=\frac{x+2}{e^{2x}}(e^{2x}+c)_1$$

ثم بفصل متغيرات والتكامل نجد أن :

$$\Rightarrow\quad u=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{1}{2}xe^{2x}+\frac{3}{4}e^{2x}+c_2$$

ومن الفرض الأول لشكل الحل العام بالتعويض عن قيمة الدالة $u(x)$ نجد ان

$$y=e^{2x}u(x)\ =e^{2x}(\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{1}{2}xe^{2x}+\frac{3}{4}e^{2x}+c_2)\ ,$$

وهو الحل العام للمعادلة المعطاه.

=-=-=-=-====---===--=-=-=-=-=-=